

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей

A.B. Глушко
19.05.22

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.15 Теория вероятностей

1. Код и наименование направления подготовки: 01.03.04 Прикладная математика
2. Профиль подготовки: Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
3. Квалификация выпускника: Бакалавр
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей
6. Составители программы: Голованева Фаина Валентиновна, кандидат физико-математических наук, доцент по кафедре уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500 – 03 от 24.03.2022

8. Учебный год: 2023 / 2024

Семестр(ы): 4

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины «Теория вероятностей» являются:

- формирование навыков «вероятностного мышления», вероятностного подхода к постановке и решению задач;
- формирование навыков обработки результатов наблюдений и умений правильно, в терминах теории вероятностей, формулировать и осмысливать полученные результаты;
- развитие логического мышления и умения выявлять общие закономерности исследуемых процессов.

Задачи учебной дисциплины:

- изучить основные понятия, определения, аксиомы, принципы и теоремы теории вероятностей;
- сформировать умение применять теоретические знания при решении конкретных задач теории вероятностей и математической статистики;
- овладеть методами обработки стохастических данных;
- выработать навыки постановки вероятностных задач, их решения методами вероятностного анализа;
- приобретение навыков получения вероятностных оценок, прогнозирования, отбора оптимальных (наиболее вероятных) результатов анализа;
- используя логическое и алгоритмическое мышление, научиться обрабатывать, интерпретировать и использовать полученные результаты.

Основной задачей курса является изучение численных закономерностей в опытах, результаты которых не могут быть предсказаны однозначно до проведения испытаний.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП: учебная дисциплина «Теория вероятностей» относится к обязательной части блока Б1 Дисциплины (модули) программы бакалавриата Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования № 11 от 10.01.2018 г. по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

Приступая к изучению данной дисциплины, обучающиеся должны иметь теоретическую и практическую подготовку по основным разделам линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, знать основы дискретной математики и математической логики, элементы математического моделирования, прекрасно владеть методами и методологией дифференциального и интегрального исчисления.

Изучаемый курс «Теории вероятностей» является предшествующим и неразрывно связанным с такими дисциплинами основной и вариативной частей как: «Математическая статистика», «Теория случайных процессов и основы теории массового обслуживания», «Стохастическая финансовая математика», «Элементы теории игр», «Математические методы в социологии» и другими.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине / модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять знание фундаментальной математики и естественнонаучных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Знать: концептуальные основы методов решения задач в предметной области; основные понятия теории вероятностей: общее вероятностное пространство, свойства вероятностей случайных событий, стохастическая независимость случайных событий, случайных величины и векторы, их числовые характеристики, а также предельные теоремы; основные методы доказательства математических утверждений.

	практике			Уметь: строить стохастические модели обширного класса реальных физических явлений, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций. Владеть: владеть основами создания стохастических моделей.
	ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности		Знать: зарубежную и отечественную литературу в области теории вероятностей; основные способы постановки задач не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций. Уметь: грамотно и правильно представлять свои результаты; применять полученную теоретическую базу для решения конкретных задач теории вероятностей. Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами; методами исследования стохастических моделей.
	ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний		Знать: основные понятия курса, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. Уметь: грамотно работать с научной литературой с использованием новых информационных технологий. Владеть: методами самостоятельного обучения новым знаниям и способами их применения в области теории вероятностей.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах / ак. час. — 4 з. е. / 144 ак. часа

Форма промежуточной аттестации экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		4 семестр	
Аудиторные занятия	68		68
в том числе:	лекции	34	34
	практические	34	34
	лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	40		40
Форма промежуточной аттестации экзамен – 36 ак. часов	36		36
Итого:	144		144

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела

			дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1. Лекции			
1.1	Случайные события. Вероятностное пространство	<p>1. Предмет теории вероятностей. Случайные события и их классификация. Действия над событиями. События и алгебра событий: теоретико-множественная трактовка. Свойство статистической устойчивости относительной частоты события.</p> <p>2. Элементы комбинаторики. Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности.</p> <p>3. Геометрическое определение вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей. Конечное вероятностное пространство.</p> <p>4. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Вероятность суммы событий.</p> <p>5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.</p> <p>6. Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.</p>	-
1.2	Случайные величины	<p>7. Понятие случайной величины и ее закона распределения. Дискретная случайная величина: закон распределения; многоугольник распределения. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины.</p> <p>8. Плотность распределения и ее свойства.</p> <p>9. Числовые характеристики случайных величин. Производящая функция.</p> <p>10. Основные законы распределения случайных величин.</p>	-
1.3	Системы случайных величин	<p>11. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.</p> <p>12. Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения.</p> <p>13. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Регрессия. Теорема о нормальной корреляции.</p>	-
1.4	Функции случайных величин	<p>14. Характеристическая функция и ее свойства. Функция одного случайного аргумента.</p> <p>15. Функции двух случайных аргументов. Распределение функций нормальных случайных величин.</p>	-
1.5	Предельные теоремы теории вероятностей	<p>16. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.</p> <p>17. Центральная предельная теорема. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.</p>	-

2. Практические занятия			
2.1	Случайные события. Вероятностное пространство	<p>1. Предмет теории вероятностей. Случайные события и их классификация. Действия над событиями. События и алгебра событий: теоретико-множественная трактовка. Свойство статистической устойчивости относительной частоты события.</p> <p>2. Элементы комбинаторики. Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности.</p> <p>3. Геометрическое определение вероятности. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей. Конечное вероятностное пространство.</p> <p>4. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Вероятность суммы событий.</p> <p>5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.</p> <p>6. Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Контрольная работа № 1</p>	-
2.2	Случайные величины	<p>7. Понятие случайной величины и ее закона распределения. Дискретная случайная величина: закон распределения; многоугольник распределения. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретной случайной величины.</p> <p>8. Плотность распределения и ее свойства.</p> <p>9. Числовые характеристики случайных величин. Производящая функция.</p> <p>10. Основные законы распределения случайных величин.</p>	-
2.3	Системы случайных величин	<p>11. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.</p> <p>12. Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения.</p> <p>13. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Регрессия. Теорема о нормальной корреляции.</p>	-
2.4	Функции случайных величин	<p>14. Характеристическая функция и ее свойства. Функция одного случайного аргумента.</p> <p>15. Функции двух случайных аргументов. Распределение функций нормальных случайных величин. Контрольная работа № 2</p>	-
2.5	Предельные теоремы теории вероятностей	<p>16. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.</p> <p>17. Центральная предельная теорема.</p>	-

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Случайные события. Вероятностное пространство	12	12	-	13	37
2	Случайные величины	8	8	-	9	25
3	Системы случайных величин	6	6	-	7	19
4	Функции случайных величин	4	4	-	6	14
5	Предельные теоремы теории вероятностей	4	4	-	5	13
	Итого:	34	34	-	40	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины «Теория вероятностей» используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

Методические указания для обучающихся при работе над конспектом лекций.

Лекция – систематическое, последовательное, чаще монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекции обучающимся рекомендуется вести подробный конспект, что позволит впоследствии вспомнить изученный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к экзамену.

Следует также обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Любая лекция должна иметь логическое завершение, роль которого выполняет заключение. Выводы в конце лекции формулируются кратко и лаконично, их целесообразно записывать. В конце лекции обучающиеся имеют так же возможность задать вопросы преподавателю по теме лекции.

Методические указания для обучающихся при работе на практическом занятии.

Практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины.

В ходе подготовки к практическим занятиям обучающимся рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом следует учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Рекомендуется также дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной рабочей программой.

В связи с тем, что активность обучающегося на практических занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

Решение задач – выполнение обучающимися набора практических заданий предметной области с целью выработки навыков их решения, закрепления теоретического материала.

Прежде чем приступить к решению задач, обучающемуся необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной литературе, рекомендованной программой курса; получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы; получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю при возникновении затруднений в ходе решения задач.

Методические указания для обучающихся при самостоятельной работе.

Самостоятельная работа студентов по учебной дисциплине «Теория вероятностей» предполагает изучение и конспектирование всех необходимых материалов по программе курса с использованием рекомендуемой преподавателем литературы, а также самостоятельное освоение и запоминание понятийного аппарата изучаемой дисциплины и выполнение ряда теоретических и практических заданий, выдаваемых студентам преподавателем на лекционных и практических занятиях.

Все задания, выполняемые студентами самостоятельно, подлежат последующей проверке преподавателем.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное освоение всех тем и вопросов учебной дисциплины, предусмотренных программой. Самостоятельная работа является обязательным видом деятельности для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме.

Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы извучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

Для успешного и плодотворного обеспечения итогов самостоятельной работы разработаны учебно-методические указания к самостоятельной работе студентов над различными разделами дисциплины.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

Особенности учебно-методического обеспечения самостоятельной работы для лиц с ОВЗ:

Студенты с ограниченными возможностями здоровья имеют свои специфические особенности восприятия, переработки материала. Подбор и разработка учебных материалов для таких студентов производится с учетом того, чтобы предоставить этот материал в различных формах так, чтобы обучающийся с нарушениями слуха получил информацию визуально, с нарушениями зрения – аудиально.

Предусмотрено в случае необходимости создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей, альтернативную версию медиаконтентов, предусмотрена возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотрена доступность управления контентом с клавиатуры.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Буре, Владимир Мансурович. Теория вероятностей и математическая статистика : [учебник для студ. вузов, обуч. по направлениям ВПО 010400 - "Прикладная математика и информатика" и 010300 - "Фундаментальная информатика и информационные технологии"] / В. М. Буре, Е. М. Парилина. — Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2018. — 415 с. : ил., табл. — (Учебники для вузов. Специальная литература). — Библиогр. : с. 408-410.
2	Емельянов, Георгий Владимирович. Задачник по теории вероятностей и математической

	статистике : учебное пособие / Г. В. Емельянов, В. П. Скитович. — Изд. 3-е, стер. — Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2019. — 329, [2] с. : ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература) (Лучшие классические учебники. Математика) (Классические задачники и практикумы). — ISBN 978-5-8114-3984-3.1508-3.
3	Туганбаев А. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] / А. А. Туганбаев, В. Г. Кручин. — 1-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 320 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-1079-8. — <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=652 >.
4	Свешников А. А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Электронный ресурс] / А. А. Свешников. — 5-е, Стереотипное. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 448 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-0708-8. — <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=5711 >.
5	Хуснутдинов Р. Ш. Сборник задач по курсу теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] / Р. Ш. Хуснутдинов. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 320 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-1668-4. — <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=53676 >.
6	Болотюк В. А. Практикум и индивидуальные задания по курсу теории вероятностей (типовые расчеты) [Электронный ресурс] / В. А. Болотюк, Л. А. Болотюк, А. Г. Гринь, И. П. Гринь и др. — 1-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 288 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-0974-7. — <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=534 >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Хрущева И. В. Теория вероятностей [Электронный ресурс] / И. В. Хрущева. — 1-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 304 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-0915-0. — URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=425 >.
2	Бородин А. Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] / А. Н. Бородин. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 256 с. — Рекомендовано Министерством общего и профессионального образования РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по нематематическим специальностям. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-0442-1. — <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2026 >.
3	Зубков А. М. Сборник задач по теории вероятностей [Электронный ресурс] / А. М. Зубков, Б. А. Севастьянов, В. П. Чистяков. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 320 с. — Книга из коллекции Лань - Математика. — ISBN 978-5-8114-0975-4. — <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=154 >.
4	Стохастический анализ [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 3 курса мат. фак. очной формы обучения ; для направления 010200 - Математика и компьютер. науки] / Воронеж. гос. ун-т; сост. : И. В. Михайлова, Л. Н. Баркова. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m14-91.pdf >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог и электронная библиотека ЗНБ ВГУ
2	https://e.lanbook.com/ - электронно-библиотечная система "Лань"
3	http://www.studmedilib.ru - электронно-библиотечная система "Консультант студента"
4	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
5	http://www.edu.ru - федеральный портал «Российское образование»
6	http://school.msu.ru – математический консультационный центр
7	http://mschool.kubsu.ru – библиотека электронных учебных пособий

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы
(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№	Источник
---	----------

п/п	
1	Математика. Теория вероятностей : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. : Л. Н. Баркова [и др.]. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2008. — 33 с. : ил., табл. — Библиог.: с. 33. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m08-85.pdf >.
2	Руководство к решению задач по теории вероятностей [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 2 к. днев. отд-ния фак. приклад. математики, информатики и механики ; для направления 010400.62 - Прикладная математика и информатика (для профиля "Теоретическая информатика и кибернетика"). Ч.1 / Воронеж. гос. ун-т; сост. : Н. М. Новикова, В. Г. Ляликова. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m14-86.pdf >.
3	Задания для самостоятельной работы по курсу "Теория вероятностей" [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 2-го и 3-го курсов мат. фак. очной формы обучения, для направлений: 01.03.01- Математика, 02.03.01 - Математика и компьютерные науки, 01.03.04 - Прикладная математика, специальности 01.05.01 - Фундаментальная математика и механика] / Воронеж. гос. ун-т; сост. : Л. Н. Баркова, Л. Б. Райхельгауз. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-205.pdf >.
4	Каширина, Ирина Леонидовна. Теория вероятностей [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [для студ. 2-го курса, изучающих дисциплину "Теория вероятностей и математическая статистика", для направления 38.03.05 - Бизнес-информатика] / И. Л. Каширина, К. В. Чудинова; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m17-181.pdf >.
5	Минимум минимorum по курсу "Теория вероятностей" [Электронный ресурс] : электронное учебное пособие : [для студ. специальности 10.05.01 "Компьютерная безопасность"; для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению 01.03.02 - прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т; сост. : Б. Н. Воронков. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2017. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовые файлы. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m17-89.pdf >.
6	Переселков С. А. Теория вероятностей. Случайные величины. Закон распределения. Числовые характеристики [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 2 к. (бакалавриат) очной и очно-заочной форм обучения физ. фак. Воронеж. гос. ун-та; для направлений: 011800 - Радиофизика; 140800 - Ядерные физика и технология; 011200 - Физика; 210100 - Электроника и наноэлектроника] / С. А. Переселков, Е. Г. Беломытцева, В. Е. Чернов; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — Загл. с титул. экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m14-203.pdf >.
7	Теория вероятностей. Случайные события. Основные теоремы [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов : [для студ. дневного и вечернего отд-ний 2 к. физ. фак. (бакалавриат) направлений: 011200 - Физика; 011800 - Радиофизика; 140800 - Ядерные физика и технологии; 210100 - Электроника и наноэлектроника] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. : С. А. Переселков, Е. Г. Беломытцева, В. Е. Чернов. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — Загл. с титула экрана. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m14-229.pdf >.
8	Флегель, Александр Валерьевич. Пособие по решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : [учебное пособие] : [для студ. 2 к. днев. отд-ния фак. компьютер. наук направлений: 09.03.02 -Информ. системы и технологии; 09.03.03 - Приклад. информатика; 09.03.04 - Программная инженерия; 02.03.01 - Математика и компьютер. науки]. Ч. 1. Теория вероятностей / А. В. Флегель, Е. А. Сирота, А. Ф. Клинских; Воронеж. гос. ун-т; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. — Загл. с титула экрана. — Электрон. версия печ. публикации. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-204.pdf >.
9	Сирота, Екатерина Александровна. Практикум по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учебное пособие : [для студ. 2-го к. днев. отд-ния фак. компьютер. наук направлений: 230200-Информ. системы; 010300-Математика. Компьютерные науки; для специальности 230201-Информационные системы и технологии]. Ч. 2. Математическая статистика / Е. А. Сирота, А. В. Флегель, А. Ф.

	Клинских; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. — Загл. с титула экрана. — Электрон. версия печ. публикации. — Свободный доступ из интрасети ВГУ. — Текстовый файл. - <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-166.pdf >.
10	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей
11	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Специализированное программное обеспечение при изучении дисциплины не используется.

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на образовательной платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5799>).

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

1. Для проведения лекционных занятий и промежуточной аттестации используется типовое оборудование, соответствующее действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам эксплуатации, учебной аудитории, расположенной по адресу: 394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. I.

Оснащение учебной аудитории: специализированная мебель, доска меловая.

2. Для самостоятельной работы возможно использование помещений Зональной научной библиотеки ВГУ и ее электронного каталога. Кроме того, используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым лицензионным программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно-правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

3. Для проведения практических занятий и текущего контроля успеваемости используется типовое оборудование, соответствующее действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам эксплуатации, учебной аудитории, расположенной по адресу: 394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. I.

Оснащение учебной аудитории: специализированная мебель, доска меловая.

4. При реализации дисциплины с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий возможны дополнения материально-технического обеспечения.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Случайные события. Вероятностное пространство	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашние задания Фронтальный устный опрос Контрольная работа № 1 Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену
2	Случайные величины	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашние задания Фронтальный устный опрос Контрольная работа № 1 Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену
3	Системы случайных величин	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашние задания Фронтальный устный опрос Контрольная работа № 2 Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену
4	Функции случайных	ОПК-1	ОПК-1.1	Домашние задания

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	величин		ОПК-1.2 ОПК-1.3	Фронтальный устный опрос Контрольная работа № 2 Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену
5	Предельные теоремы теории вероятностей	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашние задания Фронтальный устный опрос Контрольная работа № 2 Письменный ответ и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен			КИМ к экзамену	

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

домашние задания, фронтальный устный опрос, контрольные работы.

Домашние задания

Случайные события. Вероятностное пространство.

Михайлова И. В., Баркова Л. Н. Стохастический анализ: учебно-методическое пособие / сост. И. В. Михайлова, Л. Н. Баркова. – Воронеж, 2014. – 39 с.

Задания №№ 1-7 стр.5

Условная вероятность. Стохастическая независимость случайных событий. Независимые испытания.

Михайлова И. В., Баркова Л. Н. Стохастический анализ: учебно-методическое пособие / сост. И. В. Михайлова, Л. Н. Баркова. – Воронеж, 2014. – 39 с.

Задания №№ 1-5, 8-9, 10, 12 стр. 13-14

Случайные величины и векторы.

Михайлова И. В., Баркова Л. Н. Стохастический анализ: учебно-методическое пособие / сост. И. В. Михайлова, Л. Н. Баркова. – Воронеж, 2014. – 39 с.

Задания №№ 1-5, 8, 10, 12 стр.22-23

Числовые характеристики случайных величин и векторов.

Михайлова И. В., Баркова Л. Н. Стохастический анализ: учебно-методическое пособие / сост. И. В. Михайлова, Л. Н. Баркова. – Воронеж, 2014. – 39 с.

Задания №№ 1-5 стр. 24-25

Предельные теоремы теории вероятностей.

Михайлова И. В., Баркова Л. Н. Стохастический анализ: учебно-методическое пособие / сост. И. В. Михайлова, Л. Н. Баркова. – Воронеж, 2014. – 39 с.

Задания №№ 1-6 стр. 30-31

Практико-ориентированные задания по разделам дисциплины

1. Случайные события. Вероятностное пространство

- В ящике имеется 100 яиц, из них 5 - некачественные. Наудачу вынимают одно яйцо. Найти вероятность того, что вынутое яйцо некачественное.
- Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное число очков.

3. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.
4. В сосуд емкостью 10 л попала ровно одна болезнетворная бактерия. Какова вероятность зачерпнуть ее при наборе из этого сосуда стакана воды объемом 200 см³?
5. В партии из 100 деталей отдел технического контроля обнаружил 5 нестандартных деталей. Чему равна относительная частота появления нестандартных деталей?
6. При транспортировке из 1000 дынь испортились 5. Чему равна относительная частота испорченных дынь?
7. При стрельбе по мишени вероятность сделать отличный выстрел равна 0,3, а вероятность выстрела на оценку «хорошо» равна 0,4. Какова вероятность получить за сделанный выстрел оценку не ниже «хорошо»?
8. Вероятность того, что лицо умрет на 71 году жизни, равна 0,04. Какова вероятность того, что человек не умрет на 71-ом году жизни?
9. бросается один раз игральная кость. Определить вероятность выпадения 3 или 5 очков.
10. В урне 30 шаров: 15 белых, 10 красных и 5 синих. Какова вероятность вынуть цветной шар, если наудачу вынимается один шар?
11. В денежно-вещевой лотерее на серию в 1000 билетов приходится 120 денежных и 80 вещевых выигрышей. Какова вероятность какого-либо выигрыша на один лотерейный билет?
12. В урне 3 белых и 3 черных шара. Из урны дважды вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность появления белого шара при повторном испытании, если при первом испытании был извлечен черный шар.
13. В колоде 36 карт. Наудачу вынимаются из колоды 2 карты. Определить вероятность того, что вторым вынут туз, если первым тоже вынут туз.
14. В урне 2 белых и 3 черных шара. Из урны вынимают подряд 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара белые.
15. Какова вероятность того, что из колоды в 36 карт будут вынуты подряд 2 туза?
16. Два стрелка стреляют по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком при одном выстреле равна 0,8, вторым стрелком – 0,7. Найти вероятность поражения цели двумя пулями при одном залпе.
17. Найти вероятность одновременного появления герба при одновременном подбрасывании двух монет.
18. Имеются два ящика, содержащие по 10 деталей. В первом ящике 8, а во втором 7 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе вынутые детали окажутся стандартными.
19. В семье двое детей. Принимая события, состоящие в рождении мальчика и девочки равновероятными, найти вероятность того, что в семье: а) все девочки; б) дети одного пола.
20. Пусть всхожесть семян оценивается вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что из двух посевенных семян взойдет хотя бы одно?
21. Из колоды в 36 карт вынимается наудачу одна. Какова вероятность того, что будет вынута пика или туз?
22. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное число очков или число очков кратное трем.
23. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь из первого набора стандартна, равна 0,8, а из второго – 0,9. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь из выбранного случайным образом набора, окажется стандартной.
24. В первой коробке содержатся 20 упаковок лекарства, из них 18 упаковок с не истекшим сроком годности, а во второй коробке 10 упаковок лекарства, из них 9 упаковок с не истекшим сроком годности. Из второй коробки случайным образом выбирается одна упаковка и перекладывается в первую. Найти вероятность того, что упаковка с лекарством, наудачу извлеченная из первой коробки, будет пригодна для использования.
25. Студент N может заболеть гриппом (событие A) только в результате либо переохлаждения (событие B), либо контакта с другим больным (событие C). требуется найти $P(A)$, если $P(B)=0,5$; $P(C)=0,5$; $P_B(A)=0,3$; $P_C(A)=0,1$, при условии, что события B и C несовместны.
26. В коробке находятся 6 новых и 2 израсходованные батарейки. Какова вероятность того, что все выбранные случайным образом из коробки батарейки окажутся новыми?
27. На трех карточках написаны буквы У, Ж и К. После тщательного перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Какова вероятность того, что получится слово «ЖУК»?

28. Слово «КЕРАМИТ» составлено из букв разрезной азбуки. Карточки с буквами переворачивают и тщательно перемешивают. Затем извлекают последовательно четыре карточки и выкладывают их в порядке очередности. Какова вероятность того, что получится слово «РЕКА»?

2. Случайные величины

1. Пусть случайная величина X - число очков, выпавших при однократном подбрасывании игральной кости. Найти закон распределения случайной величины X .

2. В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 5000 рублей и 10 выигравших по 100 рублей. Найти закон распределения X - размера случайного выигрыша для владельца одного лотерейного билета. Найти математическое ожидание X .

3. Закон распределения случайной величины X задан рядом

x_i	1	2	3
p_i	0,3	0,2	0,5

Найти математическое ожидание X .

4. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X , зная закон ее распределения:

x_i	2	3	5
p_i	0,3	0,1	0,6

5. Производятся два выстрела с вероятностями попадания в цель, равными $p_1 = 0,4$; $p_2 = 0,3$.

Найти математическое ожидание общего числа попаданий в цель.

6. Найти математическое ожидание суммы числа очков, которые могут выпасть при одном одновременном подбрасывании двух игральных костей.

7. Найти математическое ожидание произведения числа очков, которые могут выпасть при одном одновременном подбрасывании двух игральных костей.

8. независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

x_i	2	4	5
p_i	0,1	0,3	0,6

y_j	7	9
p_j	0,8	0,2

Найти математическое ожидание случайной величины XY .

9. Найти дисперсию случайной величины X , которая задана следующим законом распределения:

x_i	1	2	5
p_i	0,3	0,5	0,2

10. Известны дисперсии двух независимых случайных величин X и Y : $DX = 4$; $DY = 3$. Найти дисперсию суммы этих величин.

11. Дисперсия случайной величины X равна 5. Найти дисперсию следующих случайных величин:
а) $X - 1$, б) $-2X$, в) $3X + 6$.

12. Найти математические ожидания и дисперсии случайных величин, заданных своими законами распределения:

а)

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

б)

x_i	1	3	4	6	7
p_i	0,1	0,1	0,3	0,4	0,1

x_i	5	7	10	15
-------	---	---	----	----

в)

p_i	0,2	0,5	0,2	0,1
-------	-----	-----	-----	-----

13. К случайной величине прибавили постоянную a . Как при этом изменятся ее математическое ожидание и дисперсия?
14. Случайную величину умножили на постоянную a . Как при этом изменятся ее математическое ожидание и дисперсия?
15. Случайная величина X принимает только два значения: -1 и 1, каждое с вероятностью 0,5. Найти DX и среднее квадратическое отклонение σ_x .
16. Дисперсия случайной величины $DX = 6,25$. Найдите σ_x .
17. Пусть закон распределения случайной величины X задан таблицей

x_i	4	10	20
p_i	0,25	0,5	0,25

Найдите ее числовые характеристики: MX , DX , σ_x .

18. Найти начальные моменты первого и второго порядков, центральный момент второго порядка дискретной случайной величины X , заданной законом распределения

x_i	3	5
p_i	0,2	0,8

19. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} & \text{при } -1 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате некоторого опыта X примет значение, заключенное в интервале $(0;1)$.

20. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{1}{2}x - 1 & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате некоторого опыта X примет значение, заключенное в интервале $(2;3)$.

21. Случайная величина X задана плотностью вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{3}{32}(4x - x^2) & \text{при } 0 \leq x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Найти вероятность попадания случайной величины X на отрезок $[-2;3]$.

22. Плотность вероятности случайной величины X задана формулой $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$,

$-\infty < x < +\infty$. Найдите вероятность того, что величина X попадает на интервал $(-1;1)$.

23. Случайная величина задана плотностью вероятности

$$f_x(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < \frac{\pi}{2}, \\ a \cos x & \text{при } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти значение коэффициента a .

24. Данна плотность вероятности непрерывной случайной величины X :

$$f_x(x) = F'_x(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \cos x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти интегральную функцию распределения $F(x)$.

25. Данна плотность вероятности непрерывной случайной величины X :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \sin x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1 & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти интегральную функцию распределения $F(x)$.

26. Функция $f(x) = \frac{2A}{e^x + e^{-x}}$, $-\infty < x < +\infty$, является плотностью распределения вероятности случайной величины X . Найдите коэффициент A и функцию распределения $F(x)$.

27. Найти математическое ожидание случайной величины X , заданной плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{1}{4} & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

28. Случайная величина X задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ 1 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

29. В хлопке 75% длинных волокон. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу трех волокон окажутся 2 длинных?

30. При некоторых условиях стрельбы вероятность попадания в цель равна $\frac{1}{3}$. Производятся 6 выстрелов. Какова вероятности в точности двух попаданий?

31. Игровая кость бросается 5 раз. Найти вероятность того, что два раза появится число очков, кратное трем?

32. Монета подбрасывается 5 раз. Какова вероятность того, что герб появится не менее двух раз?

33. Пусть всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из трех посевных семян взойдут а) два; б) не менее двух.

34. В семье 5 детей. Найти вероятность того, что среди этих детей два мальчика. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

35. По мишени производятся 3 выстрела, причем вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8. Рассматривается случайная величина X - число попаданий в мишень. Найти ее закон распределения.
36. Принимая вероятность рождения мальчика и девочки одинаковыми, найти вероятность того, что среди 4 новорожденных 2 мальчика.
37. Вероятность попадания в цель при стрельбе из орудия $p = 0,6$. Найти математическое ожидание общего числа попаданий, если будет произведено 10 выстрелов.
38. Найти математическое ожидание числа лотерейных билетов, на которые выпадут выигрыши, если приобретено 20 билетов, а вероятность выигрыша по одному билету равна 0,3.
39. Найти дисперсию случайной величины X - числа появления события А в 100 независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность наступления события А равна 0,7.
40. Найти математическое ожидание и дисперсию числа бракованных изделий в партии из 5000 изделий, если каждое изделие может оказаться бракованным с вероятностью 0,02.
41. Производятся 10 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А равна 0,6. Найти дисперсию случайной величины X - числа появлений события А в двух независимых испытаниях, если $MX = 0,8$.
42. Рост взрослой женщины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами $a = 164$ см, $\sigma = 5,5$ см. Найти плотность вероятности.
43. Случайная величина X распределена поциальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой величины соответственно равны 0 и 2. Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(-2;3)$.
44. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой величины соответственно равны 6 и 2. Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(4;8)$.
45. Пусть вес пойманной рыбы подчиняется нормальному закону с параметрами: $a = 375$ г, $\sigma = 25$ г. Найти вероятность того, что вес пойманной рыбы будет от 300 г до 425 г.
46. Диаметр детали, изготовленной цехом, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Дисперсия ее равна 0,0001, а математическое ожидание – 2,5 см. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9973 заключен диаметр наудачу взятой детали.
47. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Среднее квадратическое отклонение этой величины равно 0,4. Найти вероятность того, что отклонение случайной величины X от ее математического ожидания по абсолютной величине будет меньше 0,3.
48. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Среднее квадратическое отклонение этой величины равно 2. Найти вероятность того, что отклонение случайной величины X от ее математического ожидания по абсолютной величине будет меньше 0,1.
49. Случайная величина X распределена поциальному закону с математическим ожиданием 30 и дисперсией 100. Найти вероятность того, что значение случайной величины X заключено в интервале $(10;50)$.

5. Предельные теоремы теории вероятностей

- Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что: а) при бросании монеты 500 раз число выпадений герба будет заключено между 200 и 300; б) при бросании 10 игральных костей сумма очков отклонится от математического ожидания меньше, чем на 8.
- Дисперсия каждой из данных независимых случайных величин не превышает 5. Найти число этих величин, при котором вероятность отклонения их средней арифметической от средней арифметической их математических ожиданий менее чем на 0,1 превысит 0,9.
- Оценить вероятность того, что при бросании монеты 500 раз частость появления герба отклонится от вероятности появления герба при одном бросании по модулю менее чем на 0,1.
- Стрелок попадает при выстреле в мишень в десятку с вероятностью 0,5, в девятку – 0,3, в восьмерку – 0,1, в семерку – 0,1. Стрелок сделал 100 выстрелов. Какова вероятность того, что он набрал не менее 940 очков?
- Приживаются в среднем 70% из числа посаженных саженцев. Сколько нужно посадить саженцев, чтобы с вероятностью не меньшей 0,9 ожидать, что отклонение числа прижившихся саженцев от их математического ожидания не превышало бы по модулю 40? Решить задачу с использованием неравенства Чебышева.

Контрольные работы

Контрольная работа № 1

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Дисциплина Б1.О.15 Теория вероятностей

Курс 2

Форма обучения Очная

Вид контроля Контрольная работа № 1

Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

A. В. Глушко

. 202

Вариант № 1

1. Найти вероятность того, что кость, наудачу извлеченная из полного набора домино, не содержит числа 5.

2. Студент знает ответ на 20 теоретических вопросов из 30 и сможет решить 30 задач из 50. Определить вероятность того, что студент полностью ответит на билет, который состоит из двух теоретических вопросов и трех задач.

3. На складе имеется 20 телефонных аппаратов корейского производства и 30 – немецкого. В среднем 5% корейских аппаратов и 2% немецких имеют брак. 1) Найти вероятность того, что случайно выбранный аппарат бракованный. 2) Случайно выбранный аппарат бракованный. С какой вероятностью этот аппарат был немецким?

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Дисциплина Б1.О.15 Теория вероятностей

Курс 2

Форма обучения Очная

Вид контроля Контрольная работа № 1

Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

A. В. Глушко

. 202

Вариант № 2

1. В коробке лежат девять карточек, на которых написаны цифры от 1 до 9. Последовательно вынимают две карточки и кладут их рядом – получают двузначное число. Например, вынуты карточки с числами 1 и 3 – получили число 13, вынуты карточки с числами 3 и 1 – получили число 31. Найти вероятность, что полученное число является полным квадратом.

2. Из 20 деталей, среди которых 8 высшего качества, случайным образом выбираются на сборку 5. Какова вероятность того, что среди них окажется ровно 3 детали высшего качества?

3. Упаковка сосисок производится двумя автоматами с одинаковой производительностью. Доля брака, допускаемого первым автоматом, равна 5%, а вторым – 7%. 1) Найти вероятность того, что наудачу взятая упаковка окажется бракованной. 2) Наудачу взятая упаковка оказалась бракованной. С какой вероятностью эта упаковка произведена первым автоматом?

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Дисциплина Б1.О.15 Теория вероятностей

Курс 2

Форма обучения Очная

Вид контроля Контрольная работа № 1

Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

A. В. Глушко

Вариант № 3

1. Брошены две игральные кости. Найти вероятность, что сумма выпавших очков равна семи.
2. Из коробки, в которой находятся 12 карандашей и 8 ручек, наугад вынимают семь предметов. Найти вероятность того, что вынуты 3 ручки и 4 карандаша.
3. Из 10 стрелков три стрелка попадают в мишень с вероятностью 0,8, пять стрелков – с вероятностью – 0,7, два стрелка – с вероятностью 0,6. 1) Найти вероятность того, что случайно выбранный стрелок попал в цель. 2) Случайно выбранный стрелок попал в цель. С какой вероятностью этот стрелок принадлежит второй группе?

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
Дисциплина Б1.О.15 Теория вероятностей
Курс 2
Форма обучения Очная
Вид контроля Контрольная работа № 1
Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

A. В. Глушко

Вариант № 4

1. Все грани куба раскрасили следующим образом: каждые две противоположные грани – одного цвета: красного, желтого или фиолетового; любые две грани, имеющие общее ребро, - различных цветов. Затем кубик распилили на 125 одинаковых кубиков и тщательно перемешали. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик имеет только одну окрашенную грань.
2. В группе из 12 человек четверо имеют спортивные разряды. Случайным образом группа разбивается на две команды с одинаковым числом участников. Определить вероятность того, что в каждой команде окажется равное число разрядников.
3. В цехе фабрики 30% продукции производится на первом станке, на втором – 25%, а остальная продукция – на третьем станке. Первый станок дает 1% брака, второй – 2%, третий – 3%. 1) Найти вероятность того, что случайно выбранная единица продукции оказалась бракованной. 2) Случайно выбранная единица продукции оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она произведена на третьем станке.

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Контрольная работа № 2

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
Дисциплина Б1.О.15 Теория вероятностей
Курс 2
Форма обучения Очная
Вид контроля Контрольная работа № 2
Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

A. В. Глушко

Вариант № 1

1. Производятся последовательные испытания четырех приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным.

Вероятность выдержать испытание для каждого прибора равна 0,9. Составьте таблицу распределения случайной величины X , равной числу испытанных приборов.

2. Найти p , функцию распределения, MX и DX , если задан ряд распределения

x_i	-1	0	1	2	3
p_i	0,2	0,1	p	0,3	0,2

3. Найти $F(x, y)$, математическое ожидание, ковариационную матрицу и проверить стохастическую независимость координат случайного вектора (x, y) , если

y_i	1	9	13
x_i			
2	0,15	0,05	0,05
10	0,25	0,15	0,35

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Дисциплина Б1.О.15 Теория вероятностей

Курс 2

Форма обучения Очная

Вид контроля Контрольная работа № 2

Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

A. В. Глушко

. 202

Вариант № 2

1. Производятся четыре независимых опыта Бернулли, причем вероятность успеха в каждом опыте равна 0,6. Случайная величина X - число успехов в четырех опытах. Составьте закон распределения случайной величины X .

2. Найти p , функцию распределения, MX и DX , если задан ряд распределения

x_i	-2	-1	1	3	4
p_i	0,3	0,1	0,3	p	0,1

3. Найти $F(x, y)$, математическое ожидание, ковариационную матрицу и проверить стохастическую независимость координат случайного вектора (x, y) , если

y_i	1	9	13
x_i			
3	0,2	0,23	0,17
6	0,12	0,15	0,13

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
 Дисциплина Б1.О.15 Теория вероятностей
 Курс 2
 Форма обучения Очная
 Вид контроля Контрольная работа № 2
 Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
 зав. кафедрой уравнений
 в частных производных
 и теории вероятностей

A. В. Глушки

...... 202

Вариант № 3

1. Из партии контролер берет деталь и проверяет ее на стандартность. Если деталь оказывается нестандартной, то дальнейшие испытания прекращаются. Если деталь окажется стандартной, то контролер берет следующую и так далее, но всего он проверяет не более четырех деталей. Вероятность взятия нестандартной детали равна 0.2. Найдите закон распределения случайной величины X , равной числу проверенных деталей.

2. Найти p , функцию распределения, MX и DX , если задан ряд распределения

x_i	-1	0	3	5	6
p_i	0,1	0,3	p	0,2	0,1

3. Найти $F(x, y)$, математическое ожидание, ковариационную матрицу и проверить стохастическую независимость координат случайного вектора (x, y) , если

y_i	-1	0	1
x_i			
7	0,15	0,21	0,24
9	0,18	0,2	0,02

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
 Дисциплина Б1.О.15 Теория вероятностей
 Курс 2
 Форма обучения Очная
 Вид контроля Контрольная работа № 2
 Вид аттестации Текущая

УТВЕРЖДАЮ
 зав. кафедрой уравнений
 в частных производных
 и теории вероятностей

A. В. Глушки

...... 202

Вариант № 4

1. Известно, что в партии из 20 телефонных аппаратов имеется пять недействующих. Случайным образом из этой партии взято 4 аппарата. Найти закон распределения случайной величины X - числа недействующих аппаратов среди выбранных.

2. Найти p , функцию распределения, MX и DX , если задан ряд распределения

x_i	-3	-1	4	6	8
-------	----	----	---	---	---

p_i	0,2	0,3	p	0,2	0,1
-------	-----	-----	-----	-----	-----

3. Найти $F(x, y)$, математическое ожидание, ковариационную матрицу и проверить стохастическую независимость координат случайного вектора (x, y) , если

y_i	2	4	11
x_i			
3	0,15	0,05	0,25
8	0,18	0,12	0,25

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Описание технологии проведения

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в формах: письменных работ (письменные опросы, практико-ориентированные и домашние задания, контрольные работы), фронтального устного опроса. Критерии оценивания приведены ниже.

Текущая аттестация предназначена для проверки хода, качества и своевременности формирования компетенций, стимулирования учебной деятельности обучающихся, совершенствования методик проведения занятий различных типов, своевременной корректировки ошибок и неточностей в понимании и запоминании излагаемого материала.

Периодичность, формы и методы проведения текущих аттестаций определяются преподавателем.

Требования к выполнению заданий

Фронтальный опрос проводится в устной форме и никак не оценивается. Практико-ориентированные, домашние и контрольные задания выполняются в письменной форме.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «не зачтено».

За практико-ориентированные задания и домашние задания выставляется: «зачтено», если:

- обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний, умений, навыков высоким показателям, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, применяет их при решении практических задач;
 - обучающийся демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков достаточно высоким показателям, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач;
 - обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков средним показателям, допускает значительные ошибки при решении практических задач;
- «не зачтено», если обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков даже низким показателям.

За контрольную работу ставится оценка «зачтено», в случае, если обучающийся выполнил:

- правильно и в полном объеме все задания контрольной работы, показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала;

- обучающийся выполнил все задания с небольшими неточностями и показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала;

- обучающий выполнил половину из предложенных заданий правильно, остальные с существенными неточностями и показал удовлетворительное владение навыками полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала.

В остальных случаях обучающемуся ставится за контрольную работу «не засчитано».

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

письменный ответ на вопросы и задания КИМ к экзамену и собеседование по вопросам и заданиям к экзамену.

Перечень вопросов к экзамену

1. Случайные события, их классификация.
2. Действия над событиями.
3. Случайные события. Алгебра событий (теоретико-множественная трактовка).
4. Свойство статистической устойчивости относительной частоты события.
5. Статистическое определение вероятности.
6. Классическое определение вероятности.
7. Элементы комбинаторики.
8. Геометрическое определение вероятности.
9. Аксиоматическое определение вероятности.
10. Свойства вероятностей.
11. Конечное вероятностное пространство.
12. Условные вероятности.
13. Вероятность произведения событий. Независимость событий.
14. Вероятность суммы событий.
15. Формула полной вероятности.
16. Формула Байеса (теорема гипотез).
17. Независимые испытания. Схема Бернулли.
18. Формула Бернулли.
19. Предельные теоремы в схеме Бернулли.
20. Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины.\
21. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.
22. Функция распределения и ее свойства.
23. Функция распределения дискретной случайной величины.
24. Плотность распределения и ее свойства.
25. Числовые характеристики случайных величин.
26. Производящая функция.
27. Основные законы распределения дискретных случайных величин.
28. Основные законы распределения непрерывных случайных величин.
29. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения.
30. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
31. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.
32. Зависимость и независимость двух случайных величин.
33. Условные законы распределения.
34. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание и Дисперсия.
35. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
36. Двумерное нормальное распределение.
37. Регрессия. Теорема о нормальной корреляции.
38. Многомерная случайная величина (общие сведения).
39. Характеристическая функция и ее свойства.
40. Характеристическая функция нормальной случайной величины.

41. Функция одного случайного аргумента.
42. Функция двух случайных аргументов.
43. Распределение функций нормальных случайных величин.
44. Неравенство Чебышева.
45. Теорема Чебышева.
46. Теорема Бернулли.
47. Центральная предельная теорема.
48. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.

Примерное содержание КИМ к экзамену

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
Дисциплина Б1.О.15 Теория вероятностей
Курс 2
Форма обучения Очная
Вид контроля Экзамен
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

A. V. Глушко

. 202

Контрольно-измерительный материал № 1

Теоретическая часть

1. _____
(вставьте пропущенные слова)
есть числовая функция, определенная на пространстве элементарных событий Ω , т. е она каждому элементарному событию ω ставит в соответствие действительное число $X = X(\omega)$, $\omega \in \Omega$.
2. Любое правило (таблица, функция, график), позволяющие находить вероятности произвольных событий $A \subseteq \Omega$ (в частности, вероятность того, что данная с. в. примет конкретное значение или попадет в заданный интервал), называется _____.
(вставьте пропущенные слова)
3. Дать определение функции распределения с. в. X .
4. Функция распределения случайной величины обладает следующими свойствами:
 1. $F_X(x)$ ограничена: $0 \leq F_X(x) \leq 1$;
 2. $F_X(x)$ - неубывающая функция на \mathbb{R} , т. е. $F_X(x_2) \geq F_X(x_1)$, если $x_2 > x_1$;
 3. $F_X(+\infty) = 1$, $F_X(-\infty) = 0$;
 4. $F_X(x)$ непрерывна слева в любой точке $x \in \mathbb{R}$, т. е. $F_X(x-0) = F_X(x)$ при всех $x \in \mathbb{R}$;
 5. $P\{a \leq X < b\} = F(b) - F(a)$.

Укажите номера верных утверждений. Те утверждения, которые неверны, если таковые имеются, запишите в правильном виде.

5. Функция распределения д. с. в. X имеет вид:

$\sum_{i=1}^{\infty} \dots$,
где суммирование ведется по всем индексам i , для которых, \dots , $x \in \mathbb{R}$.

6. Дать определение и сформулировать свойства математического ожидания MX дискретной случайной величины X .

Свойства математического ожидания:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

7. Дать определение дисперсии DX случайной величины X .

8. Свойства дисперсии:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

9. Заполните таблицу.

Обозначение	Формула	Название
		Число размещений из n элементов по k элементов ($0 \leq k \leq n$)
P_n		
	$\frac{n!}{k!(n-k)!}$	
\bar{A}_n^k		
	C_{n+k-1}^k	
		Пусть в множестве из n элементов есть k различных типов элементов, при этом 1-й тип элементов повторяется n_1 раз, 2-й тип элементов повторяется n_2 раз, ..., k -й тип элементов повторяется n_k

		раз, при этом $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$. Тогда перестановки элементов данного множества представляют собой перестановки с повторениями
--	--	--

10. Пусть событие A может произойти только с одним из событий $H_1, H_2,$

H_3, \dots, H_n , образующих полную группу попарно несовместных событий, т. е. $\sum_{i=1}^n H_i = \Omega$ и $H_i \cdot H_j = \emptyset \quad \forall (i \neq j)$, где $i = \overline{1; n}$ и $j = \overline{1; n}$. Тогда вероятность события A вычисляется по формуле

$$P(A) =$$

События $H_1, H_2, H_3, \dots, H_n$ называю, как правило, гипотезами.

11. Пусть события $H_1, H_2, H_3, \dots, H_n$ образуют полную группу событий. Тогда условная вероятность события H_k ($k = \overline{1; n}$) при условии, что событие A произошло, задается формулой

,

где $P(A) =$ _____ - формула полной вероятности.

12. Вероятность того, что в n испытаниях, удовлетворяющих схеме Бернулли, событие A наступит:

а) хотя бы один раз – равна $P_n(m \geq 1) =$ _____;

б) не менее m_1 раз и не более m_2 раз – равна

$$P_n(m_1 \leq m \leq m_2) =$$
 _____.

13. Пусть функция распределения $F_x(x)$ данной н. с. в. X непрерывна и дифференцируема всюду, кроме, быть может, отдельных точек. Тогда производная $f_x(x)$ ее функции распределения называется плотностью распределения вероятности н. с. в. X : $f_x(x) = F'_x(x)$.

Плотность распределения обладает следующими свойствами:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

14. Математическое ожидание (или среднее значение) MX непрерывной случайной величины X с плотностью вероятности $f_x(x)$ находится по формуле:

$$\begin{array}{ll} 1) \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^k \cdot f_x(x) dx & 2) \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_x(x) dx \\ 3) \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 \cdot f_x(x) dx & 4) \int_{-\infty}^{+\infty} x^k \cdot f_x(x) dx \end{array}$$

15. Для любой случайной величины X , имеющей математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, и любого $\varepsilon > 0$ справедливо неравенство:

- $$\begin{array}{ll} 1) P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \geq \frac{M(X)}{\varepsilon}; & 2) P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \leq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}; \\ 3) P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) \leq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}; & 4) P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) \geq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}. \end{array}$$

Практическая часть.

№ 1. Партия изделий содержит 10% нестандартных. Пусть X - случайная величина – число стандартных изделий в выборке объёмом 5 изделий. Найти функцию распределения X и вероятность $P\{X > 1\}$.

№ 2. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием К, 30% больных с заболеванием Р, 20% - с заболеванием М. Вероятность полного излечения болезни К равна 0,7; для заболеваний Р и М эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием К.

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Дисциплина Б1.О.15 Теория вероятностей

Курс 2

Форма обучения Очная

Вид контроля Экзамен

Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

A. В. Глушко

. 202

Контрольно-измерительный материал № 2

Теоретическая часть

1. _____

(вставьте пропущенные слова)

есть числовая функция, определенная на пространстве элементарных событий Ω , т. е она каждому элементарному событию ω ставит в соответствие действительное число $X = X(\omega)$, $\omega \in \Omega$.

2. Любое правило (таблица, функция, график), позволяющие находить вероятности произвольных событий $A \subseteq \Omega$ (в частности, вероятность того, что данная с. в. примет конкретное значение или попадет в заданный интервал), называется _____.

(вставьте пропущенные слова)

3. Дать определение функции распределения с. в. X .

4. Функция распределения случайной величины обладает следующими свойствами:

1. $F_X(x)$ ограничена: $0 \leq F_X(x) \leq 1$;
2. $F_X(x)$ - неубывающая функция на \mathbb{R} , т. е. $F_X(x_2) \geq F_X(x_1)$, если $x_2 > x_1$;
3. $F_X(+\infty) = 0$, $F_X(-\infty) = 1$;
4. $F_X(x)$ непрерывна слева в любой точке $x \in \mathbb{R}$, т. е. $F_X(x-0) = F_X(x)$ при всех $x \in \mathbb{R}$;
5. $P\{a \leq X < b\} = F(b) - F(a)$.

Укажите номера верных утверждений. Те утверждения, которые неверны, если таковые имеются, запишите в правильном виде.

5. Функция распределения д. с. в. X имеет вид:

_____,
где суммирование ведется по всем индексам i , для которых, _____, $x \in \mathbb{R}$.

6. Дать определение и сформулировать свойства математического ожидания MX дискретной случайной величины X .

Свойства математического ожидания:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

7. Дать определение дисперсии DX случайной величины X .

8. Свойства дисперсии:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

9. Заполните таблицу.

Обозначение	Формула	Название
		Число размещений из n элементов по k элементов ($0 \leq k \leq n$)
P_n		
	$\frac{n!}{k!(n-k)!}$	

\bar{A}_n^k		
	C_{n+k-1}^k	
		Пусть в множестве из n элементов есть k различных типов элементов, при этом 1-й тип элементов повторяется n_1 раз, 2-й тип элементов повторяется n_2 раз, ..., k -й тип элементов повторяется n_k раз, при этом $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$. Тогда перестановки элементов данного множества представляют собой перестановки с повторениями

10. Пусть событие A может произойти только с одним из событий $H_1, H_2,$

H_3, \dots, H_n , образующих полную группу попарно несовместных событий, т. е. $\sum_{i=1}^n H_i = \Omega$ и $H_i \cdot H_j = \emptyset \quad \forall (i \neq j)$, где $i = \overline{1; n}$ и $j = \overline{1; n}$. Тогда вероятность события A вычисляется по формуле

$P(A) =$

События $H_1, H_2, H_3, \dots, H_n$ называю, как правило, гипотезами.

11. Пусть события $H_1, H_2, H_3, \dots, H_n$ образуют полную группу событий. Тогда условная вероятность события H_k ($k = \overline{1; n}$) при условии, что событие A произошло, задается формулой

,

где $P(A) = \underline{\hspace{10em}}$ - формула полной вероятности.

12. Вероятность того, что в n испытаниях, удовлетворяющих схеме Бернулли, событие A наступит:

а) хотя бы один раз – равна $P_n(m \geq 1) = \underline{\hspace{10em}}$;

б) не менее m_1 раз и не более m_2 раз – равна

$P_n(m_1 \leq m \leq m_2) = \underline{\hspace{10em}}$.

13. Пусть функция распределения $F_x(x)$ данной н. с. в. X непрерывна и дифференцируема всюду, кроме, быть может, отдельных точек. Тогда производная $f_x(x)$ ее функции распределения называется плотностью распределения вероятности н. с. в. X : $f_x(x) = F'_x(x)$.

Плотность распределения обладает следующими свойствами:

- 1.
- 2.

3.
4.
5.

14. Математическое ожидание (или среднее значение) $M(X)$ непрерывной случайной величины X с плотностью вероятности $f_X(x)$ находится по формуле:

$$\begin{array}{ll} 1) \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^k \cdot f_X(x) dx & 2) \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x) dx \\ 3) \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 \cdot f_X(x) dx & 4) \int_{-\infty}^{+\infty} x^k \cdot f_X(x) dx \end{array}$$

15. Для любой случайной величины X , имеющей математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, и любого $\varepsilon > 0$ справедливо неравенство:

$$\begin{array}{ll} 1) P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \geq \frac{M(X)}{\varepsilon}; & 2) P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \geq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}; \\ 3) P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}; & 4) P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) \geq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}. \end{array}$$

Практическая часть.

№ 1. Из 10 телевизоров на выставке оказались 4 телевизора фирмы «Sony». Наудачу для осмотра выбраны 3 телевизора. Составить закон распределения случайной величины - числа телевизоров фирмы «Sony» среди 3 отобранных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

№ 2. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием К, 30% больных с заболеванием Р, 20% - с заболеванием М. Вероятность полного излечения болезни К равна 0,7; для заболеваний Р и М эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием К.

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
Дисциплина Б1.О.15 Теория вероятностей
Курс 2
Форма обучения Очная
Вид контроля Экзамен
Вид аттестации Промежуточная

УТВЕРЖДАЮ
зав. кафедрой уравнений
в частных производных
и теории вероятностей

 А. В. Глушко

... .202

Контрольно-измерительный материал № 3

Теоретическая часть

1. _____
(вставьте пропущенные слова)

есть числовая функция, определенная на пространстве элементарных событий Ω , т. е она каждому элементарному событию ω ставит в соответствие действительное число $X = X(\omega)$, $\omega \in \Omega$.

2. Любое правило (таблица, функция, график), позволяющие находить вероятности произвольных событий $A \subseteq \Omega$ (в частности, вероятность того, что данная с. в. примет конкретное значение или попадет в заданный интервал), называется _____.

(вставьте пропущенные слова)

3. Дать определение функции распределения с. в. X .

4. Функция распределения случайной величины обладает следующими свойствами:

1. $F_X(x)$ ограничена: $0 \leq F_X(x) \leq 1$;
2. $F_X(x)$ - неубывающая функция на \mathbb{R} , т. е. $F_X(x_2) \geq F_X(x_1)$, если $x_2 > x_1$;
3. $F_X(+\infty) = 0$, $F_X(-\infty) = 1$;
4. $F_X(x)$ непрерывна слева в любой точке $x \in \mathbb{R}$, т. е. $F_X(x-0) = F_X(x)$ при всех $x \in \mathbb{R}$;
5. $P\{a \leq X < b\} = F(b) - F(a)$.

Укажите номера верных утверждений. Те утверждения, которые неверны, если таковые имеются, запишите в правильном виде.

5. Функция распределения д. с. в. X имеет вид:

_____,
где суммирование ведется по всем индексам i , для которых, _____, $x \in \mathbb{R}$.

6. Дать определение и сформулировать свойства математического ожидания MX дискретной случайной величины X .

Свойства математического ожидания:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

7. Дать определение дисперсии DX случайной величины X .

8. Свойства дисперсии:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

9. Заполните таблицу.

Обозначение	Формула	Название
		Число размещений из n элементов по k элементов ($0 \leq k \leq n$)
P_n		
	$\frac{n!}{k!(n-k)!}$	
\bar{A}_n^k		
	C_{n+k-1}^k	
		Пусть в множестве из n элементов есть k различных типов элементов, при этом 1-й тип элементов повторяется n_1 раз, 2-й тип элементов повторяется n_2 раз, ..., k -й тип элементов повторяется n_k раз, при этом $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$. Тогда перестановки элементов данного множества представляют собой перестановки с повторениями

10. Пусть событие A может произойти только с одним из событий $H_1, H_2,$

H_3, \dots, H_n , образующих полную группу попарно несовместных событий, т. е. $\sum_{i=1}^n H_i = \Omega$ и $H_i \cdot H_j = \emptyset \quad \forall (i \neq j)$, где $i = \overline{1; n}$ и $j = \overline{1; n}$. Тогда вероятность события A вычисляется по формуле

$$P(A) =$$

События $H_1, H_2, H_3, \dots, H_n$ называются, как правило, гипотезами.

11. Пусть события $H_1, H_2, H_3, \dots, H_n$ образуют полную группу событий. Тогда условная вероятность события H_k ($k = \overline{1; n}$) при условии, что событие A произошло, задается формулой

где $P(A) = \underline{\hspace{10em}}$ - формула полной вероятности.

12. Вероятность того, что в n испытаниях, удовлетворяющих схеме Бернулли, событие A наступит:

а) хотя бы один раз – равна $P_n(m \geq 1) = \underline{\hspace{2cm}}$;

б) не менее m_1 раз и не более m_2 раз – равна

$$P_n(m_1 \leq m \leq m_2) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

13. Пусть функция распределения $F_X(x)$ данной н. с. в. X непрерывна и дифференцируема всюду, кроме, быть может, отдельных точек. Тогда производная $f_X(x)$ ее функции распределения называется плотностью распределения вероятности н. с. в. X : $f_X(x) = F'_X(x)$.

Плотность распределения обладает следующими свойствами:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

14. Математическое ожидание (или среднее значение) $M(X)$ непрерывной случайной величины X с плотностью вероятности $f_X(x)$ находится по формуле:

$$\begin{array}{ll} 1) \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^k \cdot f_X(x) dx & 2) \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x) dx \\ 3) \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 \cdot f_X(x) dx & 4) \int_{-\infty}^{+\infty} x^k \cdot f_X(x) dx \end{array}$$

15. Если с. в. X принимает только неотрицательные значения и имеет математическое ожидание, то для любого положительного числа A верно неравенство:

$$\begin{array}{ll} 1) P(X \geq A) \leq 1 - \frac{M(X)}{A^2} & 2) P(X \leq A) \geq \frac{M(X)}{A^2} \\ 3) P(X \leq A) < \frac{M(X)}{A} & 4) P(X \geq A) \leq \frac{M(X)}{A} \end{array}$$

Практическая часть.

№ 1. Данна плотность вероятности случайной величины X :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{2}{a} \left(1 - \frac{x}{a}\right) & \text{при } 0 \leq x \leq a, \\ 0 & \text{при } x > a. \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F_X(x)$; вероятность попадания случайной величины X в промежуток $\frac{a}{2} \leq x < a$; числовые характеристики величины X : m_X , D_X , σ_X .

№ 2. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием К, 30% больных с заболеванием Р, 20% - с заболеванием М. Вероятность полного излечения болезни К равна 0,7; для заболеваний Р и М эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной,

поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием К.

Преподаватель

Ф. В. Голованева

Описание технологии проведения

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Промежуточная аттестация проводится в конце семестра и завершает изучение дисциплины. Она направлена на определение уровня и качества усвоения всего материала дисциплины «Теория вероятностей».

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

Каждый контрольно-измерительный материал для проведения промежуточной аттестации включает № заданий (вопросов и/или практических заданий) для контроля знаний, умений и владений в рамках оценки уровня сформированности компетенции.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели: владение навыками применения теоретических моделей при планировании работ в профессиональной сфере деятельности и грамотной интерпретации полученных результатов; умение решать задачи различного уровня сложности из курса теории вероятностей; наличие целостного представления о способах использования математического аппарата при решении задач в области профессиональных исследований, об общих закономерностях смежных математических и естественнонаучных дисциплин и способах их использования при решении профессиональных задач в профессионально-профильной области.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется четырех балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

В ходе предварительного оценивания используется следующая численная шкала:

5 баллов ставятся, если обучающийся демонстрирует глубокое и всестороннее знание предмета, прекрасно ориентируется по всей дисциплине, доказательно и логически выверено излагает материал, на все вопросы КИМ дает правильные, исчерпывающие, обоснованные ответы, правильно и методически верно решает задания практического содержания, легко отвечает на дополнительные и уточняющие вопросы, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, и навыками, применяет их при решении практических задач;

4 балла ставятся, если обучающийся твердо знает материал по дисциплине, прекрасно ориентируется по основным ее разделам, практически всегда доказательно и логически выверено излагает материал, на все вопросы КИМ дает правильные, исчерпывающие, обоснованные ответы, но допускает неточности и непринципиальные ошибки, правильно и методически верно решает задания практического содержания, испытывает незначительные затруднения, отвечая на дополнительные и уточняющие вопросы, умело оперирует приобретенными знаниями, умениями, и навыками, применяет их при решении практических задач, однако испытывает затруднения при решении практических задач по отдельным темам;

3 балла ставятся, если обучающийся демонстрирует неполное знает материала по дисциплине, плохо ориентируется по основным ее разделам, излагает материал бездоказательно, на некоторые вопросы КИМ дает либо неправильные, либо неполные, либо необоснованные, допускает неточности в определениях и формулировках, испытывает затруднения, отвечая на дополнительные и уточняющие вопросы и при решении практических задач по отдельным темам;

2 балла ставятся, если обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков приведенным критериям, предъявляемым к оценке 3 балла.

Далее, количественную оценку переводим в качественную следующим образом:

оценка «отлично» - соответствует 5 баллам;
 оценка «хорошо» - соответствует 4 баллам;
 оценка «удовлетворительно» - соответствует 3 баллам;
 оценка «неудовлетворительно» - соответствует 2 баллам.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся: демонстрирует глубокое и всестороннее знание предмета; прекрасно ориентируется по всей дисциплине; доказательно и логически выверено излагает материал; на все вопросы КИМ дает правильные, исчерпывающие, обоснованные ответы; правильно и методически верно решает задания практического содержания; легко отвечает на дополнительные и уточняющие вопросы; свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями и навыками, уверенно применяет их при решении практических задач.	Повышенный	Отлично
Обучающийся: твердо знает материал по дисциплине; прекрасно ориентируется по основным ее разделам; практически всегда доказательно и логически выверено излагает материал; на все вопросы КИМ дает правильные, исчерпывающие, обоснованные ответы, но допускает неточности и непринципиальные ошибки; правильно и методически верно решает задания практического содержания, испытывает незначительные затруднения; отвечая на дополнительные и уточняющие вопросы, умело оперирует приобретенными знаниями, умениями и навыками, применяет их при решении практических задач, однако, испытывает затруднения при решении практических задач по отдельным темам.	Достаточный	Хорошо
Обучающийся: демонстрирует фрагментарные знания материала по дисциплине; плохо ориентируется по основным ее разделам; излагает материал бездоказательно; на некоторые вопросы КИМ дает либо неправильные, либо неполные, либо необоснованные ответы; допускает неточности в определениях и формулировках; испытывает затруднения, отвечая на дополнительные и уточняющие вопросы и при решении практических задач по отдельным темам.	Пороговый	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков приведенным критериям, предъявляемым к оценке «Удовлетворительно».	-	Неудовлетворительно